BAB III
STATIKA FLUIDA

Tujuan Intruksional Umum (TIU)
Mahasiswa diharapkan dapat merencanakan suatu bangunan air berdasarkan konsep mekanika fluida, teori hidrostatika dan hidrodinamika.

Tujuan Intruksional Khusus (TIK)
1. Mahasiswa dapat menerangkan arti tekanan dan hukum Pascal
2. Mahasiswa dapat merumuskan persamaan tekanan hidrostatik pada suatu titik
3. Mahasiswa dapat membuat diagram distribusi tekanan hidrostatik
4. Mahasiswa dapat menghitung besarnya gaya hidrostatik dan titik tangkapnya panda bidang terendam.

3.1. Pendahuluan

Fluida dikatakan statis, jika fluida tersebut diam ($v = 0$) atau bergerak dengan kecepatan tetap ($a = 0$). Pada fluida yang diam, tidak terjadi tegangan geser (τ) di antara partikel-partikelnya, dan untuk zat cair akan mempunyai permukaan horisontal dan tekanan yang tetap. Apabila suatu benda berada di dalam zat cair yang diam, maka akan mengalami gaya yang diakibatkan oleh tekanan zat cair. Tekanan tersebut bekerja tegak lurus terhadap permukaan benda.

3.2. Tekanan

Tekanan didefinisikan sebagai jumlah gaya (F) tiap satuan luas (A). Apabila gaya terdistribusi secara merata pada suatu luasan (Gambar 3.1), maka tekanan (p) didefinisikan sebagai berikut:

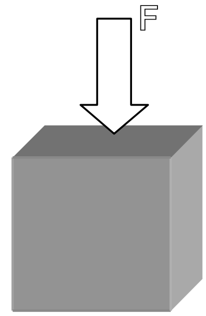
$$p = \frac{F}{A} \tag{3.1}$$

dengan :

p = tekanan (N/m^2)

F = gaya (N)

A = luas (m^2)



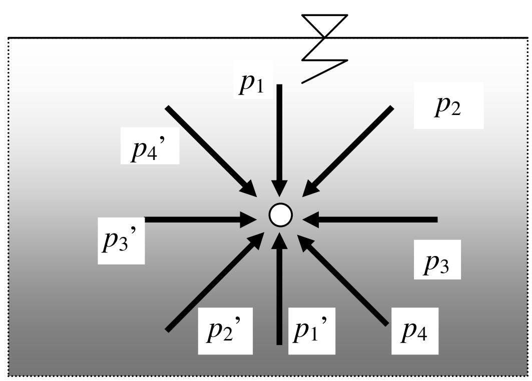
Gambar 3.1. Gaya dan tekanan.

Berdasarkan persamaan (3.1), jika tekanan pada suatu luasan diketahui, maka gaya tekanan yang bekerja pada luasan tersebut adalah:

$$F = p \times A \tag{3.2}$$

3.3. Hukum Pascal

Hukum Pascal (1623-1662) menyatakan bahwa di dalam zat cair yang diam, tidak terjadi tegangan geser ($\tau = 0$) dan tekanan (p) pada suatu titik di dalam zat cair tersebut (Gambar 3.2) adalah sama besar ke segala arah (*isotropic*). Tekanan ini dinamakan tekanan hidrostatik (*hydrostatic pressure*).

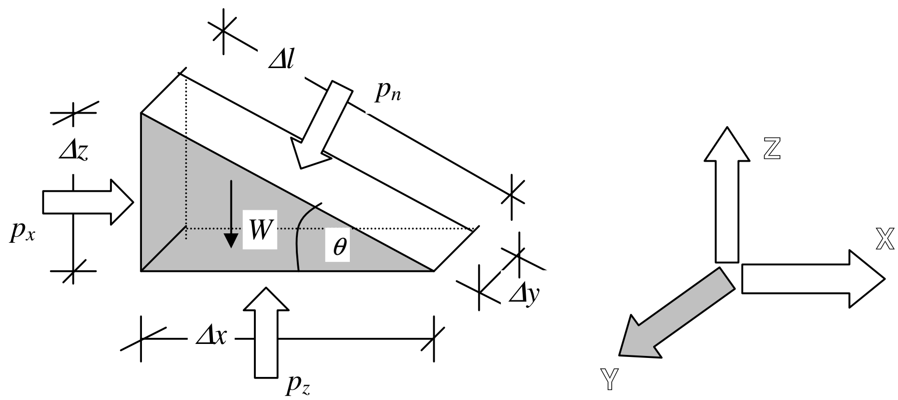


Gambar 3.2. Tekanan hidrostatik pada suatu titik dalam zat cair diam.

Berdasarkan hukum Pascal, maka berlaku:

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_1^{'} = p_2^{'} = p_3^{'} = p_4^{'} \quad (3.3)$$

Pembuktian hukum Pascal dapat dilakukan dengan cara memandang suatu elemen zat cair berbentuk prisma segitiga sangat kecil dengan lebar Δy, panjang Δx, tinggi Δz, dan berat W (Gambar 3.3).



Gambar 3.3. Prisma segitiga elemen zat cair diam.

Fluida dalam keadaan diam, maka keseimbangan gaya-gaya pada partikel adalah:

$$\sum F_X = 0 \quad , \quad p_X.\Delta z.\Delta y = p_n \sin\theta.\Delta l.\Delta y \quad (3.4)$$

$$\sum F_z = 0 \quad , \quad p_z.\Delta x.\Delta y = p_n \cos\theta.\Delta l.\Delta y + \frac{1}{2}\rho g.\Delta z.\Delta x.\Delta y \quad (3.5)$$

Dimana suku kedua sebelah kanan adalah berat prisma segitiga tersebut. Apabila kita perhatikan Gambar 3.3, maka dari geometri prisma tersebut dapat dinyatakan bahwa:

$$\sin\theta = \frac{\Delta z}{\Delta l} \quad (3.6)$$

$$\cos\theta = \frac{\Delta x}{\Delta l} \tag{3.7}$$

Akhirnya bila kita substitusikan persamaan (3.6) ke dalam persamaan (3.4) dan persamaan (3.7) ke dalam persamaan (3.5), kita dapatkan:

$$p_X.\Delta z.\Delta y = p_n.\frac{\Delta z}{\Delta l}.\Delta l.\Delta y$$

$$p_x = p_n \tag{3.8}$$

$$p_z.\Delta x.\Delta y = p_n.\frac{\Delta x}{\Delta l}.\Delta l.\Delta y + \frac{1}{2}\rho g.\Delta z.\Delta x.\Delta y$$

$$p_z = p_n + \frac{1}{2}\rho g.\Delta z \tag{3.9}$$

Persamaan (3.8) dan (3.9) ini, melukiskan dua azas penting yang berlaku pada zat cair diam, yaitu bahwa tidak ada perubahan tekanan pada arah mendatar, dan perubahan tekanan hanya terjadi pada arah vertikal yang sebanding dengan rapat massa (ρ), percepatan gravitasi (g), dan perubahan kedalaman (Δz). Apabila elemen yang kita tinjau cukup kecil dalam batas menyusut menjadi "titik", maka $\Delta z \to 0$, sehingga persamaan (3.9) akan menjadi:

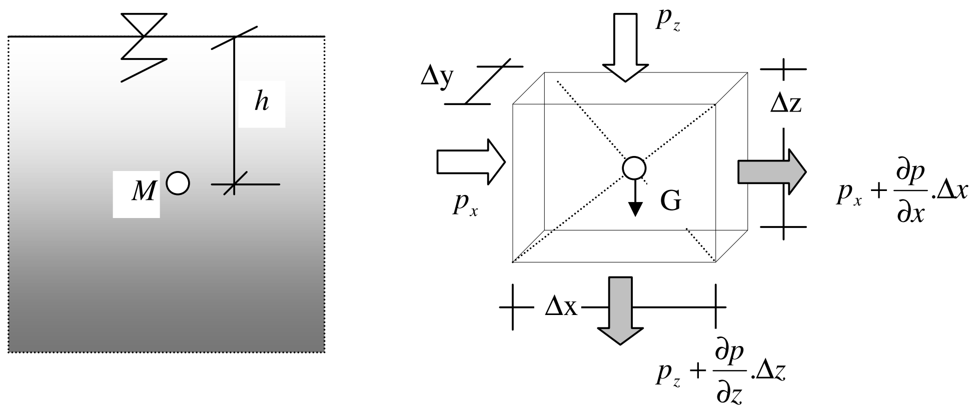
$$p_z = p_n \tag{3.10}$$

Karena θ adalah sembarang, maka kita dapat menyimpulkan bahwa tekanan pada suatu titik di dalam zat cair diam tidak tergantung pada arah atau orientasi.

$$p_x = p_z = p_y = p_n = p \tag{3.11}$$

3.4. Tekanan Hidrostatik

Tekanan didefinisikan sebagai jumlah gaya tiap satuan luas, yang diberikan oleh persamaan (3.1), dan besarnya gaya yang bekerja diberikan oleh persamaan (3.2). Apabila konsep tekanan dan gaya itu kita lakukan pada suatu prisma segiempat zat cair diam (Gambar 3.4), maka dapat dinyatakan bahwa:



Gambar 3.4. Tekanan hidrostatik pada suatu titik.

$$\sum F_X = 0 \quad , \quad p_X.\Delta z.\Delta y = \left(p_x + \frac{\partial p}{\partial x}.\Delta x \right) \Delta z.\Delta y$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}.\Delta x = 0 \Longrightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \qquad (3.12)$$

$$\sum F_y = 0 \quad , \quad p_y.\Delta z.\Delta x = \left(p_y + \frac{\partial p}{\partial y}.\Delta y \right) \Delta z.\Delta x$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}.\Delta y = 0 \Longrightarrow \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \qquad (3.13)$$

$$\sum F_z = 0 \quad , \quad p_z.\Delta x.\Delta y = \left(p_z + \frac{\partial p}{\partial z}.\Delta z \right) .\Delta x.\Delta y + \rho g.\Delta z.\Delta x.\Delta y$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}.\Delta z = -\rho g.\Delta z \Longrightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \qquad (3.14)$$

Persamaan (3.12) dan (3.13), membuktikan azas penting yang berlaku pada zat cair diam, yaitu bahwa tidak ada perubahan tekanan pada arah mendatar, dan persamaan (3.14) membuktikan bahwa perubahan tekanan hanya terjadi pada arah vertikal, yaitu sebanding dengan rapat massa (ρ), percepatan gravitasi (g), dan perubahan kedalaman (∂z).

Apabila kedalaman bergerak dari $z = 0$ sampai dengan $z = -h$, maka:

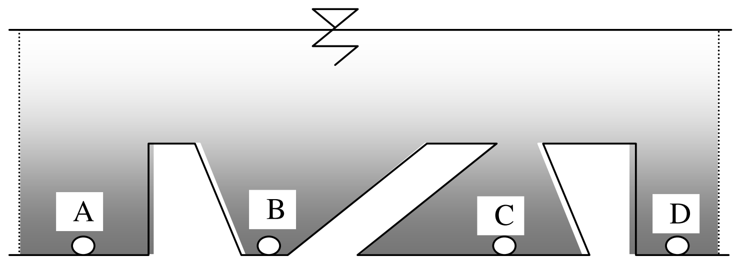
$$\int_0^{-h} \frac{\partial p}{\partial z} = \int_0^{-h} -\rho g$$

$$p = \rho g h + C \tag{3.15}$$

Dimana suku kedua sebelah kanan merupakan tekanan di atas zat cair. Apabila zat cair tersebut terbuka ke udara luar, maka tekanan di atas zat cair adalah tekanan atmosfer ($C = p_{atm}$ = tekanan atmosfer). Di dalam pengukuran, digunakan tekanan hidrostatik relatif (terukur), yaitu dengan mengasumsikan $C = 0$, sehingga persamaan (3.15) menjadi:

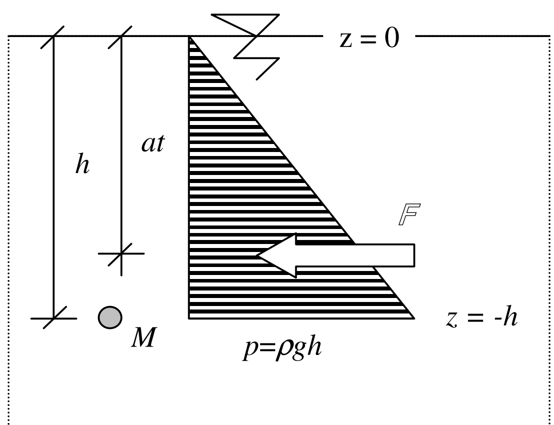
$$p = \rho g h \tag{3.16}$$

Persamaan (3.16) melukiskan bahwa tekanan hidrostatika hanya tergantung pada kedalaman zat cair (h), jadi untuk kedalaman yang sama akan memberikan tekanan yang sama pula, meskipun bentuk tempat penampungannya (tangki) berbeda. Ilustrasi tentang keadaan ini diberikan dalam Gambar 3.5, dimana titik-titik A, B, C, dan D berada pada kedalaman yang sama, sehingga tekanan hidrostatiknya juga sama.



Gambar 3.5. Tekanan hidrostatik pada tampungan dengan bentuk berbeda.

Apabila persamaan (3.16) kita Gambarkan dengan mensubsitusikan kedalaman (h) yang berubah dari nol sampai –*h*, maka kita akan dapatkan Gambar distribusi tekanan hidrostatik seperti pada Gambar 3.6.



Gambar 3.6. Distribusi tekanan hidrostatik.

Besarnya gaya hidrostatik (F) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$F = \frac{1}{2}.\rho.g.h.h.B$$

$$= \frac{1}{2}.\gamma.h^2.B \qquad (3.17)$$

dimana B adalah lebar tegak lurus bidang Gambar, γ adalah berat jenis zat cair dan gaya tersebut bekerja pada titik tangkap $a_t = \frac{2}{3}h$, diukur dari permukaan air.

3.5. Tekanan Atmosfer dan Manometer

Udara di atmosfer mempunyai berat, oleh karena itu udara tersebut dapat menimbulkan tekanan pada permukaan bumi. Rapat massa udara tidak konstan, tergantung pada ketinggian, temperatur, dan kelembaban. Kondisi ini menyebabkan tekanan atmosfer, yang disebabkan oleh berat udara (atmosfer) di atas permukaan bumi sulit dihitung. Tekanan atmosfer dapat diukur berdasarkan tinggi kolom zat cair yang bisa ditahan. Di permukaan air laut, tekanan yang ditimbulkan oleh kolom udara seluas 1 cm^2 dan setinggi atmosfer adalah sebesar 1,03 *kgf*, atau dapat juga ditunjukan oleh 10,3 *m* air atau 76 *cm* air raksa (Hg).

Manometer adalah alat yang menggunakan kolom zat cair untuk mengukur perbedaan tekanan antara dua titik. Prinsip manometer adalah apabila zat cair dalam kondisi keseimbangan, maka tekanan di setiap titik pada bidang horisontal untuk zat cair homogen adalah sama. Manometer ada beberapa macam, antara lain: piezometer, manometer tabung U, manometer mikro, dan manometer *differential*.

3.6. Gaya Hidrostatik Pada Bidang Terendam

Apabila suatu benda berada di dalam zat cair yang diam, maka akan mengalami gaya hidrostatik yang diakibatkan oleh tekanan zat cair. Tekanan tersebut bekerja tegak lurus terhadap permukaan benda. Gaya hidrostatik yang bekerja pada benda tersebut, dipengaruhi oleh bentuk permukaan benda.

Gaya hidrostatik pada bidang datar tegak (Gambar 3.7) dapat ditentukan sebagai berikut:

$$F = \frac{1}{2}.\gamma.h^2.B \tag{3.18}$$

$$a_t = \frac{2}{3}h \tag{3.19}$$

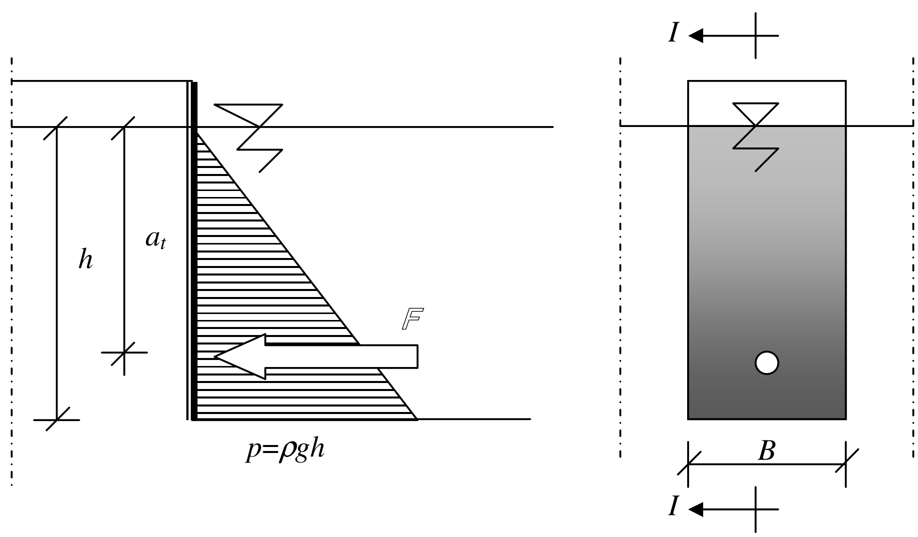
Dimana :

F = gaya hidrostatik

a_t = titik tangkap gaya hidrostatik diukur dari permukaan air

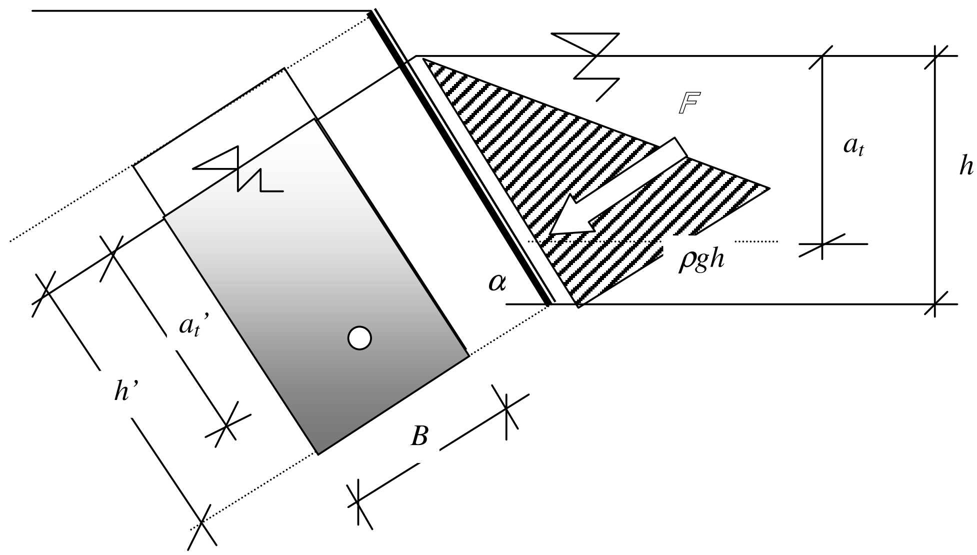
h = kedalaman air

B = lebar bidang yang ditinjau tegak lurus bidang Gambar



Gambar 3.7. Gaya hidrostatik pada bidang datar tegak.

Gaya hidrostatik pada bidang datar miring (Gambar 3.8) dapat ditentukan sebagai berikut:



Gambar 3.8. Gaya hidrostatik pada bidang datar miring.

$$F = \frac{1}{2}.\gamma.h.h'.B \tag{3.20}$$

$$a_t = a_t^{'}.\sin\alpha$$

$$= \frac{2}{3}.h^{'}.\sin\alpha \tag{3.21}$$

Dimana :

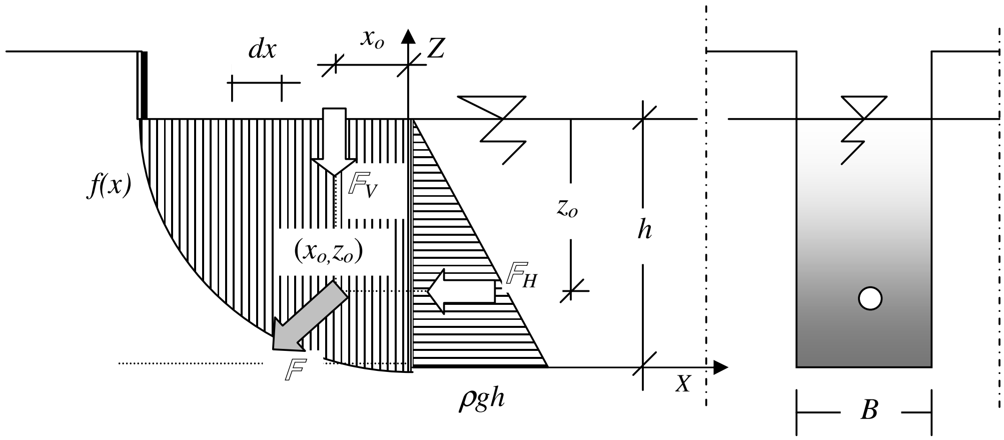
F = gaya hidrostatik

a_t = titik tangkap gaya hidrostatik, diukur dari permukaan air

h = kedalaman air

B = lebar bidang yang ditinjau tegak lurus bidang Gambar

Gaya hidrostatik pada bidang lengkung dengan fungsi tertentu (Gambar 3.9) dapat ditentukan sebagai berikut:



Gambar 3.9. Gaya hidrostatik pada bidang lengkung

$$F = \rho g.B.\int_0^x (h - f(x))\left[\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + 1\right]^{1/2} dx \tag{3.22}$$

Besarnya gaya hidrostatik, juga dapat diuraikan dalam arah horisontal (F_H) dan arah vertikal (F_V), dan dinyatakan sebagai berikut:

$$F_V = \rho g.B.\int_0^x (h - f(x))dx \tag{3.23}$$

$$F_H = \frac{1}{2}\rho g.h^2.B \tag{3.24}$$

$$F = \sqrt{\left(F_V^2 + F_H^2\right)} \tag{3.25}$$

Dimana :

F = gaya total hidrostatik

F_V = gaya hidrostatik arah vertikal

F_H = gaya hidrostatik arah horisontal

(x_o,z_o) = koordinat titik tangkap F

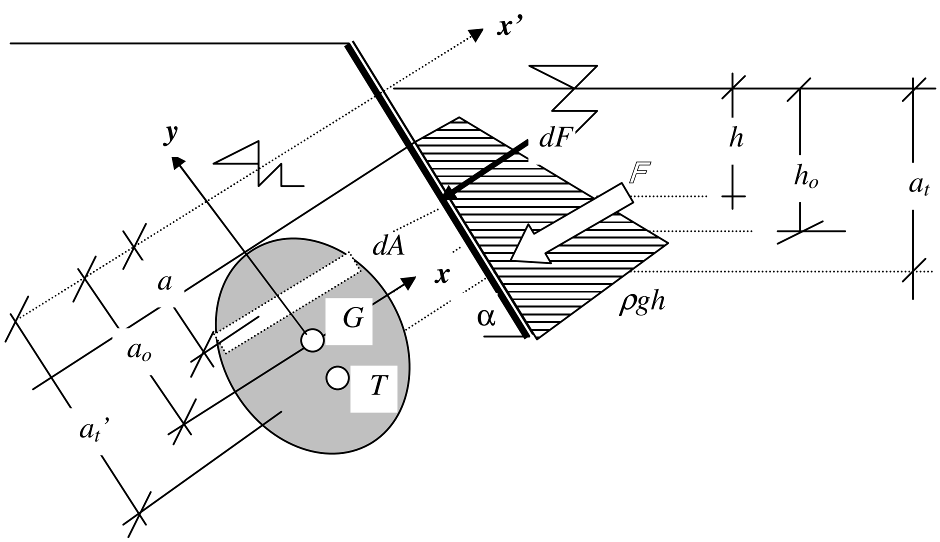
B = lebar bidang lengkung yang ditinjau tegak lurus bidang Gambar f(x) = fungsi lengkungnya

Titik tangkap gaya *F* adalah berupa koordinat (x_o,z_o), dimana:

$$x_o = \frac{\int_0^x (h - f(x)).x.dx}{\int_0^x (h - f(x)).dx} \tag{3.26}$$

$$z_o = \frac{2}{3}h \tag{3.27}$$

Persamaan-persamaan (3.18) sampai dengan (3.27) penggunaannya sangat terbatas, yaitu untuk bidang-bidang yang mempunyai lebar tegak lurus Gambar (*B*) tetap dari permukaan sampai dasar. Apabila bidang tersebut mempunyai *B* yang tidak tetap, maka gaya hidrostatiknya dapat ditentukan sebagai berikut (perhatikan Gambar 3.10):



Gambar 3.10. Gaya hidrostatik pada bidang sembarang.

Apabila kita ambil *dA* pada bidang sedalam *h* dari muka air, dan titik *M* di tengah tengah *dA*, maka besarnya gaya hidrostatik adalah:

$$dF = p.dA$$

$$= \gamma.h.dA\ ,\ (\gamma = \rho.g)$$

$$= \gamma.a \sin \alpha.dA$$

$$F = \gamma.\sin \alpha.\int_0^A a.dA$$

$$= \gamma.\sin \alpha.a_o.A$$

$$= \gamma.h_o.A$$

$$= p_o.A \qquad (3.28)$$

dimana:

p_o = tekanan pada kedalaman h_o (titik berat bidang)

A = luas penampang bidang

Apabila kita asumsikan titik tangkap *F* ada di *T* dengan jarak a_t' dari permukaan air sejajar bidang, maka dapat ditentukan bahwa, $dF = \gamma.a \sin \alpha.dA$, dan momen gaya terhadap sumbu x' adalah:

$$dF_{x'} = a.dF$$

$$= \gamma.a^2.\sin \alpha.dA$$

$$F_{x'} = \gamma.\sin \alpha.\int_0^A a^2.dA$$

$$= \gamma.\sin \alpha.I_x \qquad (3.29)$$

dengan $I_{x'}$ adalah momen inersia terhadap sumbu x'

Karena F_x juga dapat ditentukan dengan hubungan $F_{x'} = a_t'.\ F = a_t'.\ p_o\ .\ A$, maka dengan mensubstitusikan ke persamaan (3.29) diperoleh:

$p_o \,.\, A \,.\, a_t' = \gamma \,.\, \sin \alpha \,.\, I_{x'}$

$p_o \,.\, A \,.\, (a_t \,.\, \sin \alpha) = \gamma \,.\, \sin \alpha \,.\, I_{x'}$

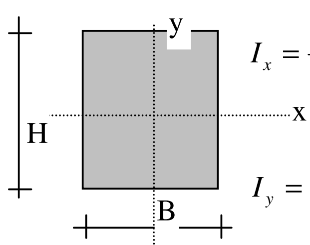
$$a_t = \frac{\gamma . I_{x'}}{p_o . A}$$

$$= \frac{I_{x'}}{h_o . A}$$

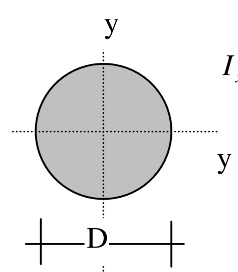
$$= h_o + \frac{I_x}{h_o . A} \text{ atau } a_o + \frac{I_x}{a_o . A} \qquad (3.30)$$

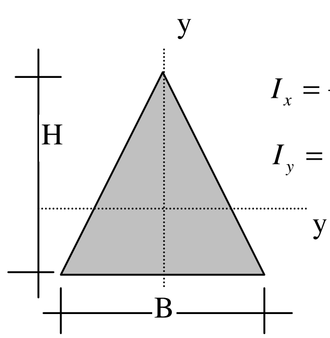
dengan I_x adalah momen inersia terhadap sumbu x yang melalui titik beratnya. Momen inersia terhadap titik beratnya dari beberapa bentuk penampang dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1. Momen inersia beberapa bentuk penampang

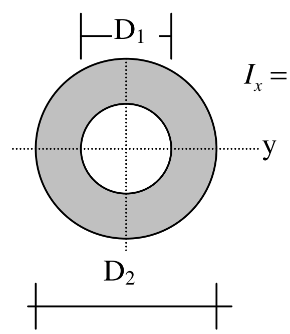
<table>
<tr><th>Penampang</th><th>Penampang</th></tr>
<tr><td>

$I_x = \frac{1}{12}.B.H^3$

$I_y = \frac{1}{12}.B^3.H$</td><td>

$I_x = I_y = \frac{1}{64}\pi D^4$</td></tr>
<tr><td>

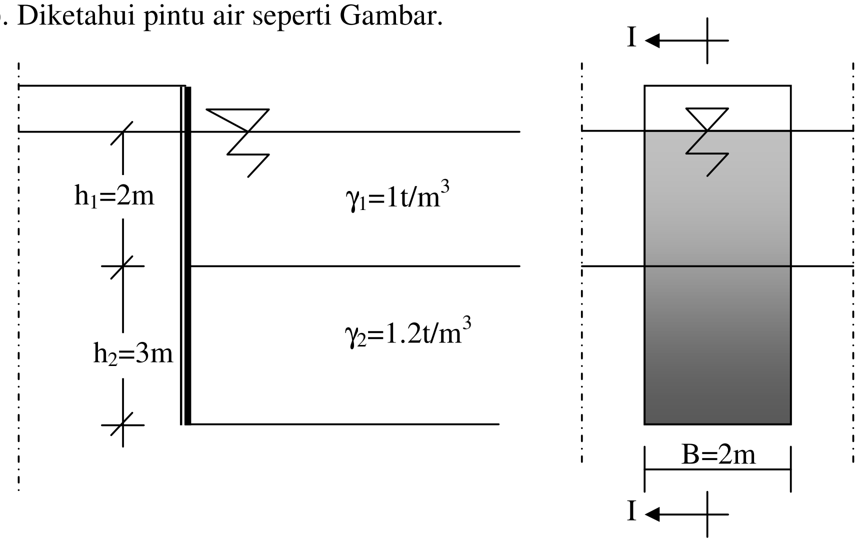
$I_x = \frac{1}{36}.B.H^3$

$I_y = \frac{1}{36}B^3.H$</td><td>

$I_x = I_y = \frac{1}{64}\pi\left(D_2^4 - D_1^4\right)$</td></tr>
</table>

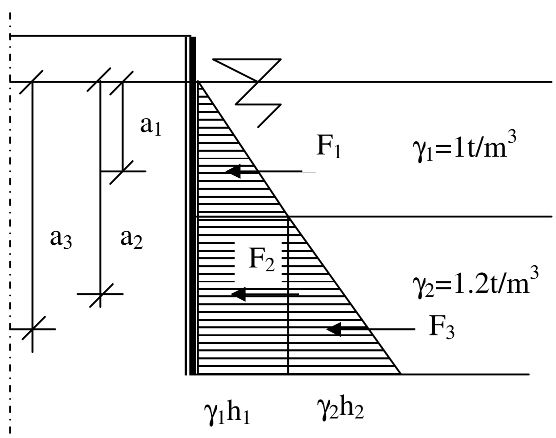
3.7. Perlatihan

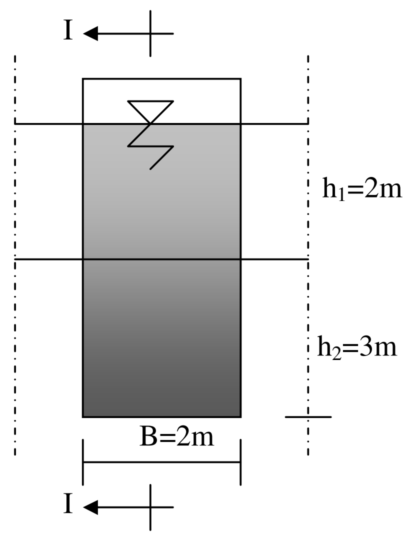
1). Diketahui pintu air seperti Gambar.



Tentukan besar dan titik tangkap gaya hidrostatik yang bekerja pada pintu air tersebut.

<u>Penyelesaian</u>





Maka

$F_1 = ½.\gamma_1.h_1.h_1.B = ½ \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 4$ ton

$F_2 = \gamma_1.h_1.h_2.B = 1 \times 2 \times 3 \times 2 = 12$ ton

$F_3 = ½.\gamma_2.h_2.h_2.B = ½ \times 1{,}2 \times 3 \times 3 \times 2 = 10{,}8$ ton

$a_1 = 2/3.h_1 = 2/3 \times 2 = 1{,}333$ m

$a_2 = h_1 + ½\, h_2 = 2 + ½ \times 3 = 3{,}5$ m

$a_3 = h_1 + 2/3\, h_2 = 2 + 2/3 \times 3 = 4$ m

Besarnya gaya hidrostatik

F = F1 + F 2 + F3

= 4 + 12 + 10,8

= 26,8 ton

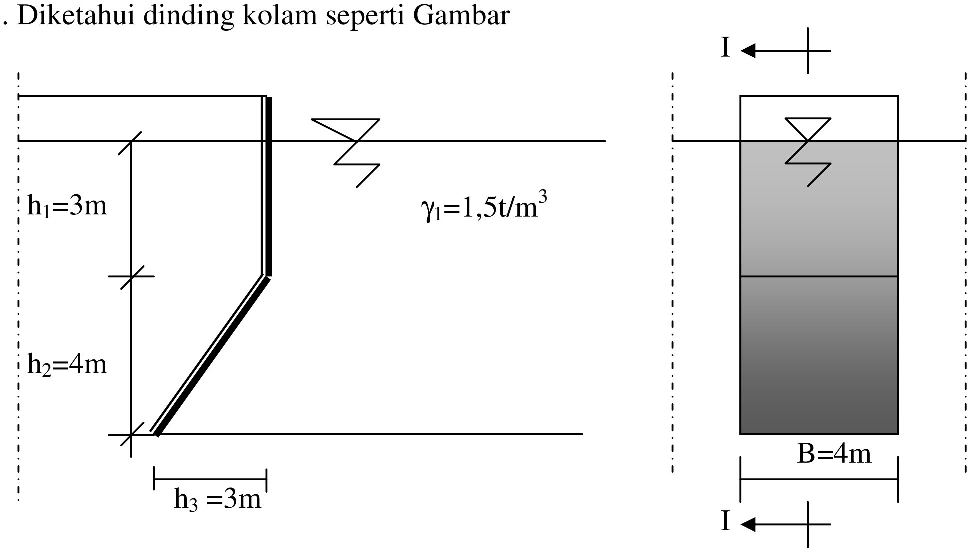
Titik tangkap gaya hidrostatik

$F.a_t = F_1.a_1 + F_2.a_2 + F_3.a_3$

$$a_t = \frac{4x1{,}333 + 12x3{,}5 + 10{,}8x4}{26{,}8} = 3{,}378 \text{ meter}$$

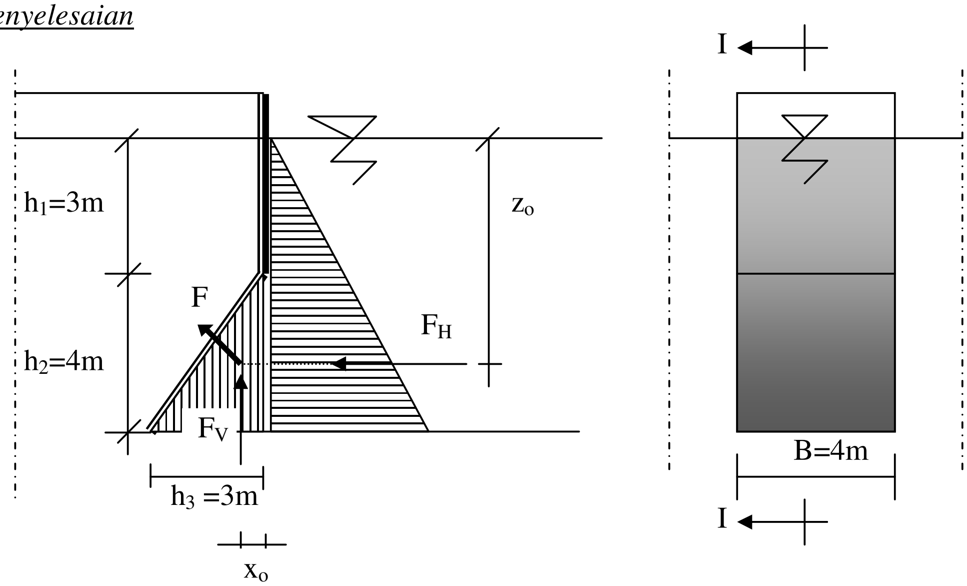
jadi besarnya gaya hidrostatik yang bekerja pada pintu adalah 26,8 ton dan bekerja pada titik tangkap (0;3,378) dari permukaan air.

2). Diketahui dinding kolam seperti Gambar



Tentukan besar dan titik tangkap gaya hidrostatik yang bekerja pada dinding kolam tersebut tersebut

Penyelesaian



Maka

$F_H = ½.\gamma.(h_1+h_2).(h_1+h_2).B = ½ \times 1{,}5 \times 7 \times 7 \times 4 = 147$ ton

$F_V = ½.\gamma.(h_1+h_2).h_2.B = ½ \times 1{,}5 \times 7 \times 4 \times 4 = 84$ ton

Besarnya gaya hidrostatik adalah

$$F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$$

$$= \sqrt{147^2 + 84^2}$$

$$= 169{,}3 \text{ ton}$$

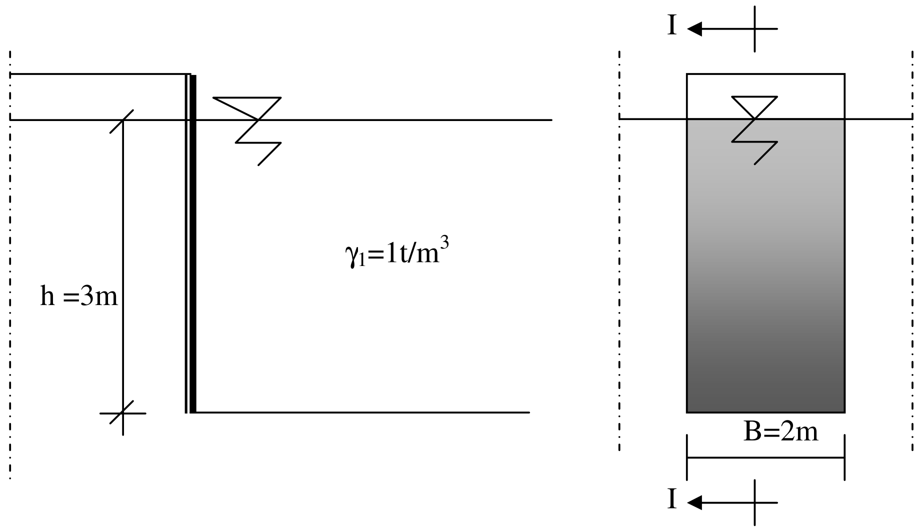
Titik tangkap gaya hidrostatik

$z_o = 2/3.(h_1+h_2) = 2/3 \times 7 = 4{,}67$ m

$x_o = 1/3.\ h_3 = 1/3 \times 3 = 1$ m

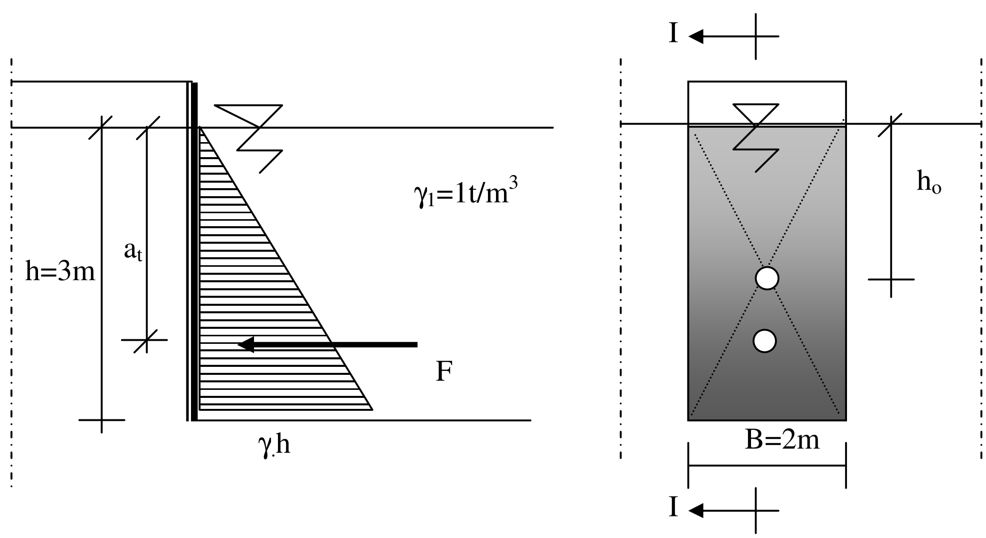
jadi besarnya gaya hidrostatik yang bekerja pada dinding kolam adalah 169,3 ton dan bekerja pada titik tangkap di (-1 ; 4,67) dari muka air.

3). Diketahui bidang datar tegak seperti Gambar



Tentukan besar dan titik tangkap gaya hidrostatik pada bidang datar tegak tersebut dengan dua cara yang berbeda.

Penyelesaian



Cara I (distribusi tekanan)

$F = ½.\gamma.h.h.B = ½ \times 1 \times 3 \times 3 \times 2 = 9$ ton

$a_t = 2/3.\ h = 2/3 \times 3 = 2$ meter (dari muka air)

Cara II (momen inersia)

A = B.h = 2 x 3 = 6 m2

F = p_o . A = γ.½.h.A = 1 x ½.3 x 6 = 9 ton

I_x = 1/12.B.h^3 = 1/12 x 2 x 3^3 = 4,5 m^4

$a_t = h_o + \frac{I_x}{h_o.A} = \frac{1}{2}x3 + \frac{4,5}{\frac{1}{2}x3x6}$ = 2 meter (dari muka air)

Hasil yang ditunjukan cara II sama dengan cara I.

Cara II dapat digunakan untuk *sembarang penampang* dengan syarat dapat ditentukan luas penampangnya (A) dan momen inersia terhadap sumbu-*x* nya (I_x).