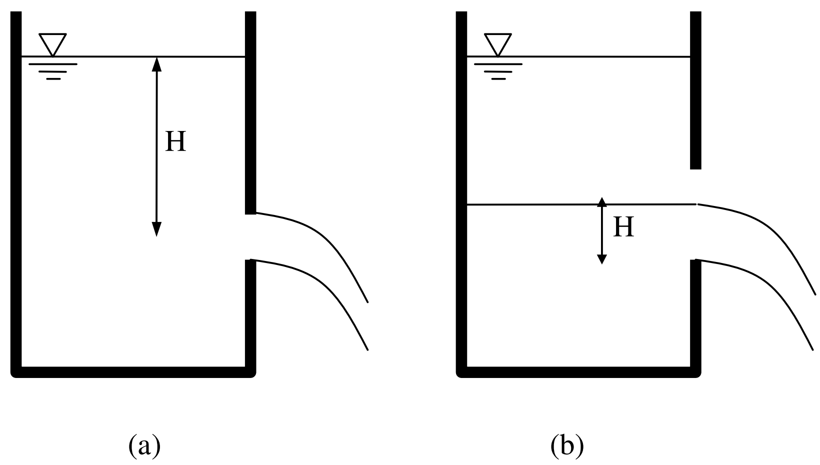
VIII. ALIRAN MELALUI LUBANG DAN PELUAP

8.1. Pendahuluan

Lubang adalah bukaan pada dinding atau dasar tangki dimana zat cair mengalir melaluinya. Lubang tersebut bisa berbentuk segi empat, segi tiga, ataupun lingkaran. Sisi hulu lubang tersebut bisa tajam atau dibulatkan. Karena kemudahan dalam pembuatan, lubang lingkaran dengan sisi tajam adalah yang paling banyak digunakan untuk pengukuran zat cair. Menurut ukurannya lubang dapat dibedakan menjadi lubang kecil dan besar.

Pada lubang besar, apabila sisi atas dari lubang tersebut berada di atas permukaan air di dalam tangki, maka bukaan tersebut dikenal dengan peluap. Peluap ini juga berfungsi sebagai alat ukur debit aliran, dan banyak digunakan pada jaringan irigasi. Peluap dengan ukuran yang besar disebut bendung, yang selain sebagai pengukur debit, dalam jaringan irigasi juga berfungsi untuk menaikkan elevasi muka air. Tinjauan hidraulis bendung adalah sama dengan peluap. Peluap biasanya terbuat dari plat, sedang bendung terbuat dari beton atau pasangan batu.

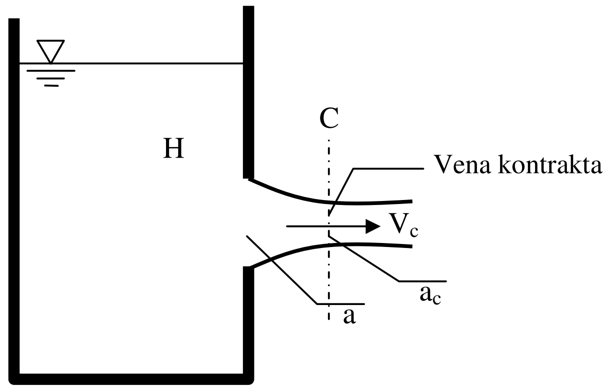
Kedalaman zat cair disebelah hulu diukur dari sumbu lubang tersebut dengan tinggi energi (*head*) H. Pada aliran melalui lubang atau peluap, tinggi energi bisa konstan atau berubah karena adanya aliran keluar. Apabila tinggi energi konstan maka aliran adalah mantap (*steady*), sedangkan jika tinggi energi berubah maka aliran adalah tak mantap (*unsteady*).



Gambar 8.1 Aliran melalui lubang (a) dan peluap (b)

8.2. Koefisien Aliran

Partikel zat cair yang mengalir melalui lubang berasal dari segala arah. Karena zat cair mempunyai kekentalan maka beberapa partikel yang mempunyai lintasan membelok akan mengalami kehilangan tenaga. Setelah melewati lubang pancaran air mengalami kontraksi, yang ditunjukkan oleh penguncupan aliran. Kontraksi maksimum terjadi pada suatu tampang sedikit disebelah hilir lubang, dimana pancaran kurang lebih horisontal. Tampang dengan kontraksi maksimum tersebut dikenal dengan vena kontrakta.



Gambar 8.2 Vena kontrakta

Pada aliran zat cair melalui lubang terjadi kehilangan tenaga menyebabkan beberapa parameter aliran akan lebih kecil dibanding pada aliran zat cair ideal yang dapat ditunjukkan oleh beberapa koefisien, yaitu koefisien kontraksi, kecepatan, dan debit.

Koefisien kontraksi (C_c) adalah perbandingan antara luas tampang aliran pada vena kontrakta (a_c) dan luas lubang (a) yang sama dengan tampang aliran zat cair ideal.

$C_c = a_c / a$

Koefisien kontraksi tergantung pada tinggi energi, bentuk dan ukuran lubang, dan nilai reratanya adalah sekitar $C_c = 0{,}64$.

Perbandingan antara kecepatan nyata aliran pada vena kontrakta (a_c) dan kecepatan teoritis (V) dikenal dengan koefisien kecepatan (C_v).

$$C_v = \frac{\text{kecepatan nyata pada vena kontrakta}}{\text{kecepatan teoritis}}$$

$C_v = V_c / V$

Nilai koefisien kecepatan tergantung pada bentuk dari sisi lubang (lubang tajam atau dibulatkan) dan tinggi energi. Nilai rerata dari koefisien kecepatan adalah $C_v = 0{,}97$.

Koefisien debit (C_d) adalah perbandingan antara debit nyata dan debit teoritis :

$$C_d = \frac{\text{debit nyata}}{\text{debit teoritis}} = \frac{\text{kecepatan nyata x luas nyata tampang aliran}}{\text{kecepatan teoritis x luas lubang}}$$

$$C_d = \frac{V_c}{V} \text{ x } \frac{a_c}{a}$$

$$C_d = C_v \text{ x } C_c$$

Nilai koefisien debit tergantung pada nilai C_c dan C_v yang nilai reratanya adalah 0,62.

8.3. Aliran melalui lubang

8.3.1. Lubang kecil

Gambar 8.3 menunjukkan zat cair yang mengalir melalui lubang kecil dari suatu tangki. Pusat lubang terletak pada jarak H dari muka air. Pertama kali dianggap zat cair adalah ideal. Tekanan pada lubang adalah atmosfer. Dengan menggunakan persamaan Bernoulli pada permukaan zat cair di kolam dan di lubang, kecepatan zat cair pada titik tersebut dapat dihitung.

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Oleh karena kecepatan di titik 1 adalah nol dan tekanan di titik 1 dan C adalah atmosfer, maka :

$$z_1 = z_2 + \frac{V_2^{\ 2}}{2g}$$

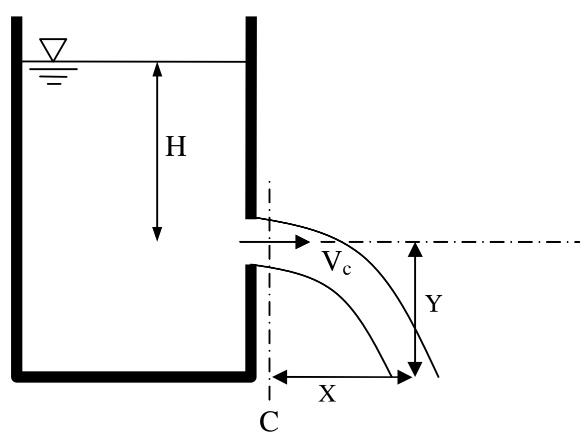
$$V_2^{\ 2} = 2g(z_1 - z_2) = 2gH$$

atau

$$V_2 = \sqrt{2gH} \qquad (8.1)$$

Rumus tersebut menunjukkan kecepatan aliran teoritis pada zat cair ideal. Pada zat cair riil, terjadi kehilangan tenaga yang disebabkan oleh kekentalan (adanya vena kontrakta). Untuk itu perlu dimasukkan koefisien kecepatan (C_v), sehingga :

$$V_c = C_c V_2 = C_v \sqrt{2gH} \qquad (8.2)$$



Gambar 8.3 Lubang kecil

Debit aliran adalah $Q = a_c V_c$ dimana a_c adalah luas tampang aliran di vena kontrakta. Luas penampang pada titik C adalah lebih kecil dari luas lubang. Dengan memperhitungkan koefisien kontraksi :

$$C_c = a_c / a$$

atau

$$a_c = C_c\, a$$

Maka debit aliran menjadi :

$$Q = a_c\, V_c = C_c\, a\, C_v \sqrt{2gH}$$

atau

$$Q = C_d\, a \sqrt{2gH} \tag{8.3}$$

Dimana C_d adalah koefisien debit.

Persamaan (8.3) dapat digunakan untuk mengukur debit aliran untuk semua zat cair dan berbagai bentuk lubang kecil. Tetapi koefisien C_d harus ditentukan melalui percobaan.

Contoh 1

Air mengalir melalui lubang dengan diameter 5 cm dan tinggi energi 10 m. Hitung debit nyata dan kecepatan nyata pada vena kontrakta apabila $C_d = 0{,}6$ dan $C_v = 0{,}9$.

Penyelesaian

Luas lubang : $a = ¼\, \pi\, (0{,}05)^2 = 0{,}0019635\ m^2$

Debit teoritis :

$Q_t = a\, V = a \sqrt{2gH} = 0{,}0019635 \text{ x } \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } 10} = 0{,}0275\ m^3/dtk = 27{,}5\ l/dtk$

Debit nyata : $Q = C_d\, Q_t = 0{,}6 \text{ x } 27{,}5 = 16{,}5\ l/dtk$

Kecepatan teoritis : $V_t = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } 10} = 14{,}0\ m/dtk$

Kecepatan nyata : $V = C_v\, V_t = 0{,}9 \text{ x } 14{,}0 = 12{,}6\ m/dtk$

Contoh 2

Suatu lubang berbentuk lingkaran dengan diameter 2,5 cm berada pada sisi tegak tangki. Tinggi muka air di atas pusat lubang adalah 1,00 m. Lintasan pancaran air melalui suatu titik yang terletak pada jarak horisontal 35 cm dan vertikal ke bawah sebesar 3,5 cm dari pusat vena kontrakta. Debit aliran yang diperoleh dengan mengukur air yang tertampung di dalam tangki adalah 1,35 l/dtk. Tentukan koefisien kecepatan, koefisien debit, dan koefisien kontraksi lubang.

Penyelesaian

Garis horisontal yang melalui pusat lubang dianggap sebagai garis refensi. Apabila kecepatan pada vena kontrakta adalah V, maka :

$$x = V\,t \quad \text{dan} \quad y = \tfrac{1}{2}\,g t^2$$

Eliminasi t dari kedua persamaan di atas akan menghasilkan :

$$y = \frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{V^2}$$

$$V^2 = \frac{g\,x^2}{2\,y}$$

atau

$$V = \sqrt{\frac{g\,x^2}{2\,y}} \tag{1}$$

Koefisien kecepatan diberikan oleh rumus :

$$C_v = \frac{V}{\sqrt{2gH}} \tag{2}$$

Substitusi persamaan (1) ke dalam persamaan (2) akan menghasilkan :

$$C_v = \frac{\sqrt{g\,x^2 / 2\,y}}{\sqrt{2\,g\,H}} = \sqrt{\frac{x^2}{4\,y\,H}} = \sqrt{\frac{0{,}35^2}{4 \text{ x } 0{,}035 \text{ x } 1}} = 0{,}935$$

Debit teoritis :

$Q_t = a\ V = ¼\ \pi\ D^2 \sqrt{2gH} = ¼\ \pi\ (0{,}025)^2\ \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } 1{,}0} = 0{,}0217\ m^3/dtk$

Debit nyata : $Q = 0{,}00135\ m^3/dtk$

Koefisien debit : $C_d = (Q / Q_t) = (0{,}00135 / 0{,}00217) = 0{,}622$

Oleh karena : $C_d = C_c \text{ x } C_v$

Maka : $C_c = C_d / C_v = (0{,}622 / 0{,}935) = 0{,}665$

8.3.2. Lubang terendam

Apabila permukaan zat cair pada lubang keluar adalah di atas sisi atas lubang, maka lubang disebut terendam. Gambar 8.4 menunjukkan lubang terendam dimana elevasi permukaan zat cair disebelah hulu dan hilir terhadap sumbu lubang adalah H_1 dan H_2. Dengan menggunakan persamaan Bernoulli antara titik 1 dan 2 yang berada pada sumbu lubang, maka :

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Oleh karena : $z_1 = z_2$, $V_1 = 0$, $P_1 / \gamma = H_1$, dan $P_2 / \gamma = H_2$

Maka : $H_1 + 0 = H_2 + \frac{V_2^2}{2g}$

Atau : $V_2 = \sqrt{2g\,(H_1 - H_2)}$

Debit nyata aliran melalui lubang adalah :

$$Q = C_d \, a \sqrt{2g\left(H_1 - H_2\right)}$$

atau

$$Q = C_d \, a \sqrt{2g\,H} \tag{8.4}$$

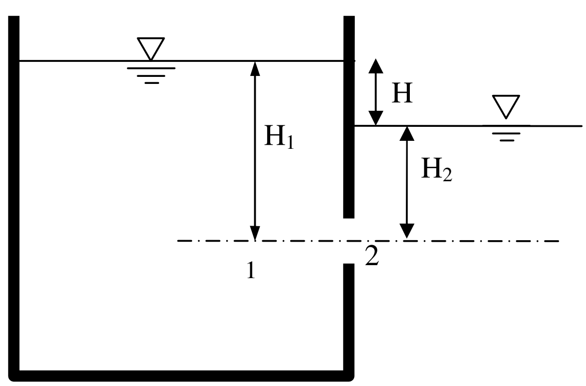
dengan :

Cd : koefisien debit

a : luas tampang lubang

H : selisih elevasi muka air di hulu dan hilir lubang

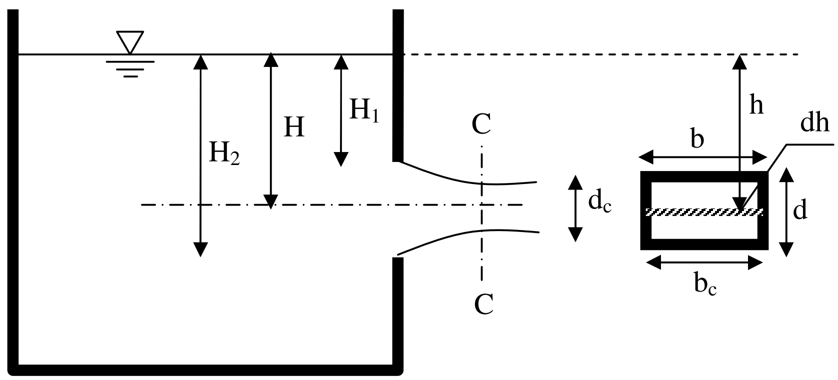
Koefisien kontraksi dan koefisien debit lubang terendam dapat dianggap sama dengan lubang bebas.



Gambar 8.4 Lubang terendam

8.3.3. Lubang besar

Dipandang lubang besar berbentuk segi empat dengan lebar b dan tinggi d (gambar 8.5) yang melewatkan debit aliran secara bebas ke udara luar (tekanan atmosfer). Elevasi permukaan zat cair di dalam kolam adalah konstan sebesar H dari sumbu lubang. Distribusi kecepatan pada vena kontrakta CC adalah sebanding dengan akar kedalaman pada setiap titik.



Gambar 8.5 Lubang besar

Debit aliran melalui lubang dapat dihitung dengan memandang aliran melalui suatu elemen kecil dengan lebar b dan tinggi data hujan yang berada pada kedalaman h dari permukaan zat cair. Kecepatan aliran melalui elemen tersebut adalah :

$$V = C_v \sqrt{2gh}$$

Debit aliran melalui elemen adalah :

$$dQ = C_d \; b \, dh \sqrt{2gh}$$

Untuk mendapatkan debit aliran melalui lubang, maka persamaan di atas diintegrasikan, sehingga :

$$Q = C_d \; b \sqrt{2g} \int_{H_1}^{H_2} h^{1/2} \, dh = \frac{2}{3} C_d b \sqrt{2g} \; \left[h^{3/2} \right]_{H_1}^{H_2}$$

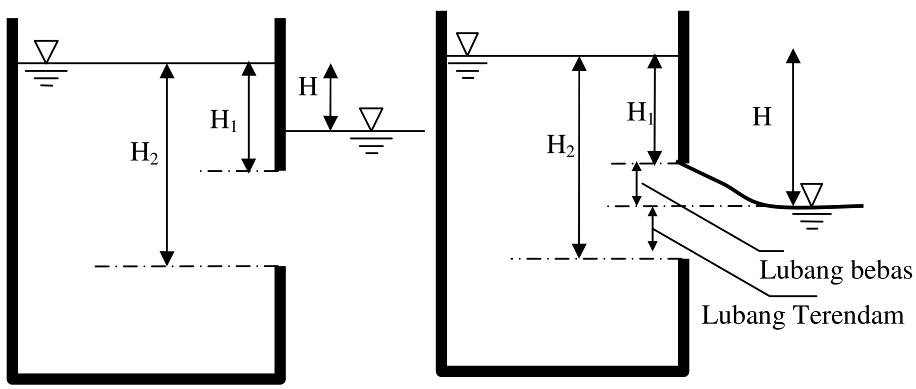
$$Q = \frac{2}{3} C_d \, b \sqrt{2g} \left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2} \right) \tag{8.5}$$

Apabila zat cair mempunyai kecepatan datang V_o maka persamaan (8.5) menjadi :

$$Q = \frac{2}{3} C_d \, b \sqrt{2g} \left\{ \left(H_2 + \frac{V_o^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(H_1 + \frac{V_o^2}{2g} \right)^{3/2} \right\} \tag{8.6}$$

Apabila elevasi permukaan zat cair sebelah hilir berada di atas sisi atas lubang maka aliran disebut melalui lubang terendam (gambar 8.6.a). Pada kondisi ini penurunan rumus debit aliran dilakukan seperti pada lubang kecil yang terendam. Rumus debit aliran melalui lubang besar yang terendam adalah :

$$Q = C_d \left(H_2 - H_1 \right) \sqrt{2gH}$$



Gambar 8.6 Aliran melalui lubang terendam (a) dan terendam sebagian (b)

Apabila elevasi muka air hilir berada di atas sisi bawah lubang dan di bawah sisi atas maka aliran disebut melalui lubang terendam sebagian (gambar 8.6.b). Analisanya merupakan gabungan antara aliran melalui lubang terendam dan lubang bebas. Rumus debit aliran melalui lubang besar yang terendam sebagian adalah :

$$Q = Q_{1(\text{bebas})} + Q_{2(\text{terendam})} \tag{8.7}$$

$$Q_1 = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} \left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2} \right) \tag{8.8}$$

$$Q_2 = C_d\ b \left(H_2 - H_1 \right) \sqrt{2gH} \tag{8.9}$$

Contoh 3

Lubang besar berbentuk segi empat dengan lebar 1,0 m dan kedalaman 0,5 m mengalirkan air dari suatu tangki. Apabila elevasi muka air di dalam tangki adalah 5,0 m di atas sisi atas lubang, hitung debit aliran. Koefisien debit 0,6.

Penyelesaian

H1 = 5,0 m

H2 = 5,0 + 0,5 = 5,5 m

Debit aliran dapat dihitung dengan rumus :

$$Q_1 = \frac{2}{3} C_d \sqrt{2g} \left(H_2^{3/2} - H_1^{3/2} \right)$$

$$Q_1 = \frac{2}{3} \text{ x } 0{,}6 \text{ x } 1{,}0 \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81} \left(5{,}5^{3/2} - 5{,}0^{3/2} \right) = 3{,}044 \text{ m}^3/\text{dtk}$$

Contoh 4

Lubang besar berbentuk segi empat dengan lebar 1,0 m dan tinggi 0,5 m. Elevasi muka air di sebelah hulu lubang adalah 3,0 m di atas sisi atas lubang. Aliran adalah terendam dengan elevasi muka air disebelah hilir adalah 2,0 m di atas sisi atas lubang. Koefisien debit 0,62. Hitung debit aliran.

Penyelesaian

H1 = 3,0 m

H2 = 3,0 + 0,5 = 3,5 m

H = 3,0 – 2,0 = 1,0 m

Debit aliran dihitung dengan rumus :

$$Q_2 = C_d \; b \left(H_2 - H_1\right) \sqrt{2gH}$$

$$Q_2 = 0{,}62 \text{ x } 1{,}0 \text{ x } \left(3{,}5 - 3{,}0\right) \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } 1{,}0} = 1{,}373 \text{ m}^3\text{/dtk}$$

<u>Contoh 5</u>

Hitung debit aliran melalui lubang dengan lebar 2,0 m dan tinggi 2,0 m. Elevasi muka air pada sisi hulu adalah 3,0 m di atas sisi atas lubang dan elevasi muka air hilir adalah 1 m di atas sisi bawah lubang. Koefisien debit 0,62.

Penyelesaian

H1 = 3,0 m

H2 = 3,0 + 2,0 = 5,0 m

H = 3,0 + 1,0 = 4,0 m

Aliran melalui setengah tinggi lubang bagian atas dapat ditinjau sebagai lubang bebas, sedangkan setengah bagian bawah adalah aliran tergenang, sehingga debit aliran adalah :

$$Q = Q_{1(\text{bebas})} + Q_{2(\text{terendam})}$$

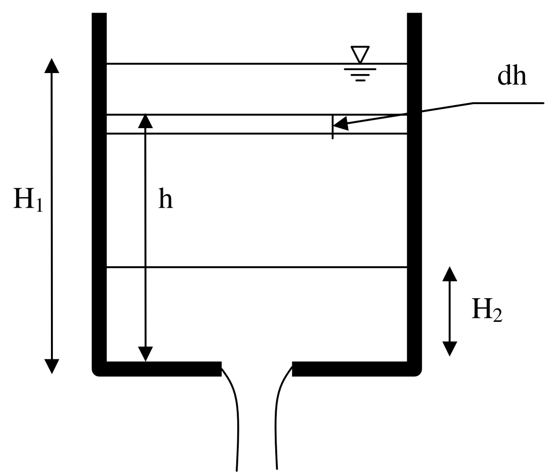
$$Q_1 = \frac{2}{3} \text{ x } 0{,}62 \text{ x } 2 \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81} \left(4^{3/2} - 3^{3/2}\right) = 10{,}3 \text{ m}^3\text{/dtk}$$

$$Q_2 = 0{,}62 \text{ x } 2 \text{ x } \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } 4} = 11{,}0 \text{ m}^3\text{/dtk}$$

Sehingga Q total adalah : $Q = Q_1 + Q_2 = 10{,}3 + 11{,}0 = 21{,}3\ m^3/dtk$

8.4. Aliran melalui satu tangki

Dipandang suatu tangki dengan tampang lintang seragam A yang mengalirkan zat cair melalui lubang dengan luas a yang terletak pada dasarnya seperti ditunjukkan dalam gambar 8.7.



Gambar 8.7 Lubang di bagian bawah Tangki

Pada suatu saat permukaan zat cair di dalam tangki adalah pada ketinggian h di atas lubang. Kecepatan aliran pada saat tersebut ada :

$$V = C_v \sqrt{2gh}$$

Dan debit aliran adalah :

$$Q = C_d\ a \sqrt{2gh}$$

Dalam suatu interval waktu dt volume zat cair yang keluar dari tangki adalah :

$$dV = Q\ dt$$

$$dV = C_d \, a \sqrt{2gh} \, dt \tag{8.10}$$

Selama interval waktu dt tersebut permukaan zat cair turun sebesar dh sehingga pengurangan volume zat cair di dalam tangki adalah :

$$dV = - A \, dh \tag{8.11}$$

Tanda negatif menunjukkan adanya pengurangan volume karena zat cair keluar melalui lubang. Dengan menyamakan kedua bentuk perubahan volume zat cair tersebut (persamaan 8.10 dan 8.11), maka di dapat bentuk berikut ini :

$$- A \, dh = C_d \, a \sqrt{2gh} \, dt$$

atau

$$dt = -\frac{A}{C_d \, a \sqrt{2g}} h^{-1/2} \, dh$$

Waktu yang diperlukan untuk menurunkan zat cair dari ketinggian H_1 menjadi H_2 di dapat dengan mengintegrasikan persamaan di atas dengan batas H_1 ke H_2.

$$t = \int dt = -\frac{A}{C_d \, a \sqrt{2g}} \int_{H_1}^{H_2} h^{-1/2} \, dh = -\frac{A}{C_d \, a \sqrt{2g}} \left[2h^{1/2} \right]_{H_1}^{H_1}$$

$$t = -\frac{2A}{C_d a \sqrt{2g}} \left(H_2^{1/2} - H_1^{1/2} \right)$$

Oleh karena H_1 lebih besar dari H_2 maka :

$$t = \frac{2A}{C_d a \sqrt{2g}} \left(H_1^{1/2} - H_2^{1/2} \right) \tag{8.12}$$

Apabila tangki dikosongkan maka $H_2 = 0$ sehingga persamaan (8.12) menjadi :

$$t = \frac{2 \, A \, H_1^{1/2}}{C_d a \sqrt{2g}} \tag{8.13}$$

Contoh 6

Kolam renang dengan panjang 20 m dan lebar 10 m mempunyai kedalaman air 1,5 m. Pengosongan kolam dilakukan dengan membuat lubang seluas 0,25 m^2 yang terletak didasar kolam. Koefisien debit 0,62. Hitung waktu yang diperlukan untuk mengosongkan kolam.

Penyelesaian

Luas kolam renang : A = 20 x 10 = 200 m^2

Luas lubang : a = 0,25 m^2

Kedalaman air awal : H_1 = 1,5 m

Waktu yang diperlukan untuk mengosongkan kolam dihitung dengan persamaan (9.13) :

$$t = \frac{2\,A\,H_1^{1/2}}{C_d a\sqrt{2g}} = \frac{2 \text{ x } 200 \text{ x } 1{,}5^{1/2}}{0{,}62 \text{ x } 0{,}25 \text{ x } \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81}} = 713{,}6 \text{ dtk} = 11 \text{ menit } 53{,}6 \text{ dtk}$$

Contoh 7

Tangki dengan luas tampang 5 m^2 mempunyai lubang berbentuk lingkaran dengan diameter 10 cm. Sebelum terjadi pengaliran melalui lubang, elevasi muka air adalah 10 m di atas lubang. Hitung elevasi muka air setelah pengaliran selama 5 menit. Koefisien debit 0,62.

Penyelesaian

Luas lubang : $a = \frac{1}{4}\pi\,(0{,}1)^2 = 0{,}007854\ m^2$

Penurunan muka air setelah pengaliran selama 5 menit dapat dihitung dengan rumus :

$$t = -\frac{2A}{C_d a\sqrt{2g}}\left(H_2^{1/2} - H_1^{1/2}\right)$$

$$5 \text{ x } 60 = -\frac{2 \text{ x } 5}{0{,}62 \text{ x } 0{,}007854 \text{ x } \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81}}\left(H_2^{1/2} - 10^{1/2}\right)$$

$H_2 = 6{,}326$ m

Contoh 8

Turunkan bentuk persamaan waktu yang diperlukan untuk menurunkan/menaikkan permukaan zat cair di dalam tangki dengan tampang lintang seragam A. Luas lubang yang terletak pada dasar tangki adalah a. Selain mengeluarkan zat cair melalui lubang, tangki tersebut menerima masukan zat cair dengan debit aliran Q.

Penyelesaian

Misalkan pada permukaan zat cair h di atas lobang debit aliran melalui lubang adalah lebih kecil dari debit masukan, sehingga permukaan zat cair di dalam tangki akan naik. Akan di cari waktu yang diperlukan untuk menaikkan permukaan zat cair dar H_1 menjadi H_2.

Debit aliran melalui lubang :

$$q = C_d \, a \sqrt{2gh} = K\sqrt{h}$$

Dalam satu interval waktu dt pertambahan volume di dalam tangki adalah :

$$dV = (Q - q)\,dt = \left(Q - K\sqrt{h}\right)dt$$

Selama waktu dt tersebut permukaan zat cair di dalam tangki naik sebesar dh sehingga pertambahan volume adalah :

$$dV = A\ dh$$

Dengan menyamakan kedua bentuk perubahan volume di atas maka :

$$dt = \frac{A\ dh}{Q - K\sqrt{h}} \tag{1}$$

Misalkan : $y = Q - K\sqrt{h}$ (2)

Diferensial persamaan (2) terhadap h :

$$dy = \frac{K}{2\sqrt{h}}\ dh$$

atau

$$dh = -\frac{2\sqrt{h}}{K}\ dy \tag{3}$$

Persamaan (2) dapat di tulis dalam bentuk berikut :

$$\sqrt{h} = -\frac{y - Q}{K} \tag{4}$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3) menjadi :

$$dh = -\frac{2\,(Q\text{ - }y)}{K^2}\ dy \tag{5}$$

Substitusi nilai dh dari persamaan (5) ke dalam persamaan (1) akan di dapat :

$$dt = \frac{A\left[-2\,(Q - y)/K^2\ dy\right]}{Q - K\left[-(y - Q)/K\right]} = \frac{-2\,A\,(Q - y)\,dy}{K^2 Q + K^2 y - K^2 Q} = \frac{-2\,A\,(Q - y)}{K^2 y}\,dy$$

atau

$$dt = -\frac{2\,A}{K^2}\left(\frac{Q}{y} - 1\right)dy$$

Integrasi dari persamaan di atas akan di dapat waktu yang diperlukan untuk menaikkan zat cair dari H_1 menjadi H_2.

$$t = \int dt = -\frac{2\,A}{K^2}\int_{H_1}^{H_2}\left(\frac{Q}{y}-1\right)dy = -\frac{2A}{K^2}\left[Q\ln y - y\right]_{H_1}^{H_2}$$

$$t = -\frac{2A}{K^2}\left[Q\ln\left(Q-K\sqrt{h}\right)-\left(Q-K\sqrt{h}\right)\right]_{H_1}^{H_2}$$

Penyelesaian dari bentuk di atas adalah :

$$t = \frac{2A}{K^2}\left[Q\ln\left(\frac{Q-K\sqrt{H_1}}{Q-K\sqrt{H_2}}\right)+K\left(\sqrt{H_1}-\sqrt{H_2}\right)\right]$$

Elevasi permukaan zat cair di dalam tangki akan konstan apabila q = Q.

8.5. Aliran melalui dua tangki

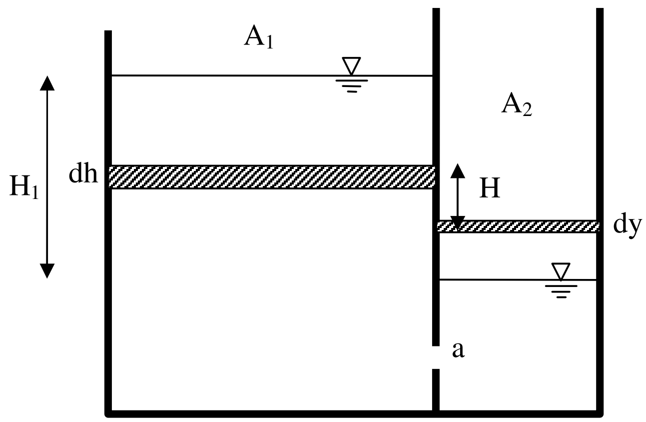
Apabila dua buah tangki yang berisi zat cair dihubungkan oleh sebuah lubang, maka zat cair akan mengalir dari tangki dengan permukaan zat cair lebih tinggi menuju tangki dengan permukaan zat cair lebih rendah. Dengan demikian permukaan zat cair di dalam satu tangki akan turun sedang tangki yang lain akan naik.

Misalkan luas tampang kedua tangki adalah A_1 dan A_2 seperti yang ditunjukkan dalam gambar 8.13. Lubang antara dua tangki adalah terendam. Akan dicari waktu yang diperlukan oleh perbedaan permukaan zat cair di kedua tangki dari H_1 menjadi H_2.

Misalkan pada suatu saat perbedaan elevasi permukaan zat cair di kedua kolam adalah H maka debit aliran adalah :

$$Q = C_d\,a\sqrt{2\,g\,H}$$

Dalam satu interval waktu dt volume zat cair yang mengalir adalah :



Gambar 8.8 Aliran melalui lubang di antara dua tangki

dV = Q dt

$$dV = C_d \; a \sqrt{2\,g\,H}\; dt \tag{8.14}$$

Selama waktu dt tersebut permukaan zat cair di tangki I turun sebesar dh. Kenaikkan permukaan zat cair di kolam II selama waktu dt adalah :

$$dy = dh \frac{A_1}{A_2}$$

Perubahan selisih permukaan zat cair di kedua tangki adalah :

$$dH = dh \frac{A_1}{A_2} dh = dh \left(\frac{A_1 + A_2}{A_2} \right)$$

atau

$$dh = \frac{A_2}{A_1 + A_2} dH$$

Pengurangan volume air di kolam I dalam waktu dt adalah :

$$dV = -A_1 \, dh$$

atau

$$dV = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} dH \tag{8.15}$$

Dengan menyamakan persamaan (9.14) dan (9.15) akan diperoleh :

$$C_d \, a \sqrt{2 g H} \, dt = -\frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} dH$$

atau

$$dt = -\frac{A_1 A_2}{C_d \, a (A_1 + A_2)\sqrt{2 g}} H^{-1/2} \, dH$$

Integrasi dari persamaan tersebut di atas dengan batas H_1 sampai H_2 :

$$t = \int dt = -\frac{A_1 A_2}{C_d \, a (A_1 + A_2)\sqrt{2 g}} \int_{H_1}^{H_2} H^{-1/2} \, dH$$

$$t = -\frac{A_1 A_2}{C_d \, a (A_1 + A_2)\sqrt{2 g}} \left[2 H^{1/2} \right]_{H_1}^{H_2}$$

$$t = -\frac{A_1 A_2}{C_d \, a (A_1 + A_2)\sqrt{2 g}} \left(H_2^{1/2} - H_1^{1/2} \right)$$

atau

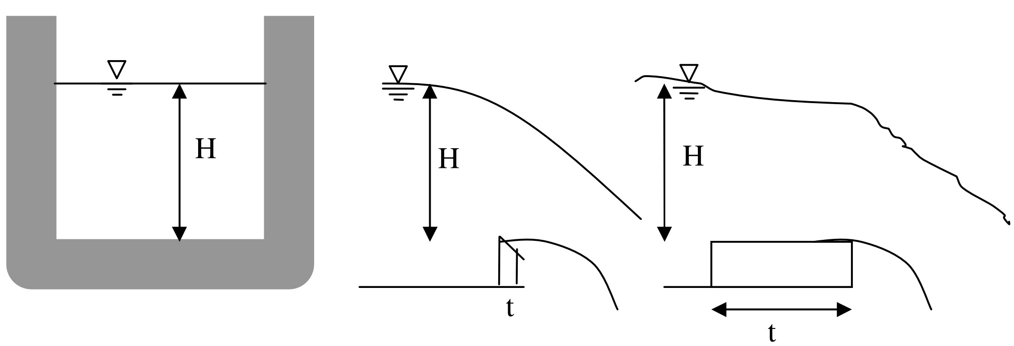
$$t = -\frac{A_1 A_2}{C_d \, a (A_1 + A_2)\sqrt{2 g}} \left(H_1^{1/2} - H_2^{1/2} \right) \tag{8.16}$$

8.6. Peluap

Peluap didefinisikan sebagai bukaan pada salah satu sisi kolam atau tangki, sehingga zat cair (biasanya air) di dalam kolam tersebut melimpas di atas peluap. Peluap ini serupa dengan lubang besar dimana elevasi permukaan zat cair disebelah hulu lebih rendah dari sisi atas lubang (gambar 8.1.b).

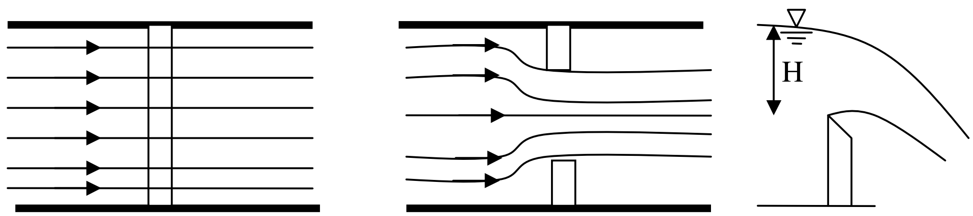
Lapis zat cair yang melimpas di atas ambang peluap disebut dengan tinggi peluapan. Peluap biasanya digunakan untuk mengukur debit aliran. Di dalam bangunan irigasi peluap ditempatkan pada saluran irigasi yang berfungsi untuk mengukur debit aliran melalui saluran.

Berdasarkan bentuk puncaknya peluap bisa berupa ambang tipis atau ambang lebar. Peluap disebut ambang tipis apabila tebal peluap $t < 0,5$ H dan disebut ambang lebar apabila $t > 0,66$ H. Apabila $0,5 H < t < 0,66 H$ keadaan aliran adalah tidak stabil dimana dapat terjadi kondisi aliran melalui peluap ambang tipis atau ambang lebar. Gambar 8.14.a adalah peluap ambang tipis, yang terdiri dari plat tipis dengan puncak tajam. Sedang gambar 8.14.b adalah peluap ambang lebar, bagian hulu dari puncaknya bisa berbentuk siku atau dibulatkan.



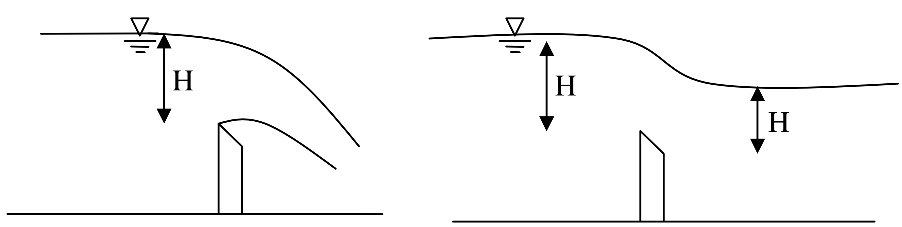
Gambar 8.9 Peluap ambang tipis (a) dan lebar (b)

Apabila panjang peluap sama dengan lebar kolam atau saluran disebut peluap tertekan. Peluap tertekan biasanyaberbentuk segi empat. Peluap ini tidak mengalami kontraksi samping. Apabila panjang peluap tidak sama dengan lebar kolam atau saluran, maka peluapan mengalami kontraksi samping. Peluap tipe ini disebut peluap dengan kontraksi samping.



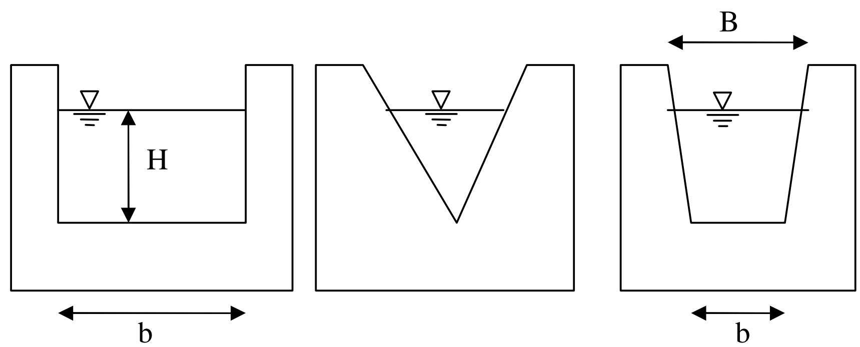
Gambar 8.10 Peluap tertekan dan kontraksi samping

Menurut elevasi muka air di hilir, peluap bisa dibedakan menjadi peluap terjunan (sempurna) dan peluap terendam (tak sempurna). Peluap disebut terjunan apabila muka air hilir di bawah puncak peluap, sedang peluap terendam apabila muka air hilir di atas puncak peluap.



Gambar 8.11 Peluap terjunan (a) dan terendam (b)

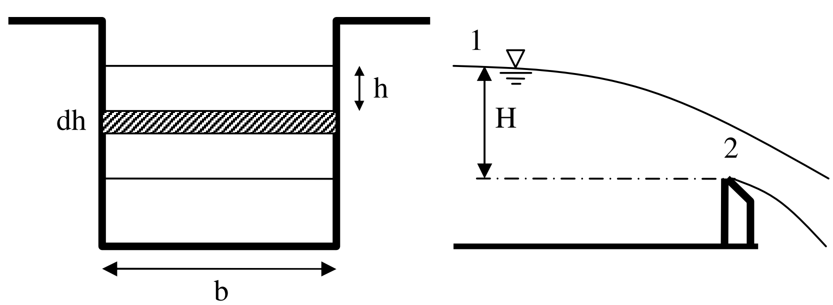
Menurut bentuknya peluap bisa dibedakan menjadi peluap segi empat, segi tiga, trapesium (gambar 8.17). Masing-masing tipe peluap mempunyai bentuk persamaan aliran yang berbeda.



Gambar 8.12 Peluap segi empat (a), segi tiga (b), dan trapesium (c)

8.6.1. Debit aliran melalui peluap segi empat

Dipandang suatu peluap segi empat dimana air mengalir (gambar 8.13). Dalam gambar tersebut H adalah tinggi peluapan (tinggi air di atas ambang peluap), b adalah lebar peluap dan C_d adalah koefisien debit. Dipandang suatu pias horisontal air setebal dh pada kedalaman h dari muka air.



Gambar 8.13 Peluap segi empat

Dengan menggunakan persamaan Bernoulli untuk titik 1 dan 2 (pada pias) maka :

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^{\ 2}}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^{\ 2}}{2g}$$

Apabila disebelah hulu peluap berupa kolam besar sehingga $V_1 = 0$ dan tekanan pada pias adalah atmosfer maka :

$$z_1 + 0 + 0 = z_2 + 0 + \frac{V_2^{\ 2}}{2g}$$

atau

$$V_2 = \sqrt{2\,g\,(z_1 - z_2)} = \sqrt{2\,g\,h}$$

Luas pias adalah : dA = b dh

Debit melalui pias : $dQ = V_2\ dA = \sqrt{2g}\ h\ b\ dh = b\sqrt{2g}\ h^{1/2}\ dh$

Dengan memasukkan koefisien debit, maka debit aliran :

$$dQ = C_d\ b\sqrt{2g}\ h^{1/2}\ dh$$

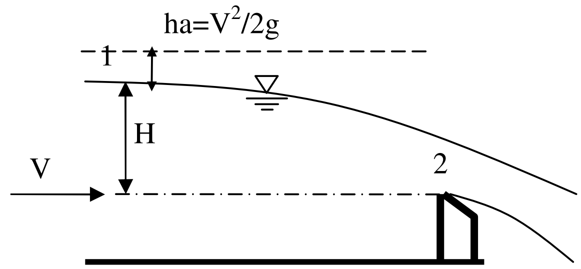
Debit total melalui seluruh peluap dapat dihitung dengan mengintegralkan persamaan di atas dari h = 0 pada muka air sam pai h = H pada puncak ambang.

$$Q = C_d\ b\sqrt{2g}\int_0^H h^{1/2}\ dh = C_d\ b\sqrt{2g}\ \frac{2}{3}\left[h^{3/2}\right]_0^H$$

$$Q = \frac{2}{3} C_d\ b\sqrt{2g}\ H^{3/2} \tag{8.17}$$

Apabila air yang melalui peluap mempunyai kecepatan awal maka dalam rumus debit tersebut tinggi peluapan harus ditambah dengan tinggi kecepatan $h_a = V^2/2g$. Sehingga debit aliran menjadi :

$$Q = \frac{2}{3} C_d\ b\sqrt{2g}\left((H + h_a)^{3/2} - h_a^{\ 3/2}\right) \tag{8.18}$$



Gambar 8.14 Peluap segi empat dengan kecepatan awal

Contoh 9

Peluap segi empat dengan lebar 2,5 m mempunyai tinggi peluapan 40 cm. Carilah debit peluapan apabila koefisien debit 0,62.

Penyelesaian

$$Q = \frac{2}{3} C_d \, b \sqrt{2g} \, H^{3/2} = \frac{2}{3} \text{ x } 0{,}62 \text{ x } 2{,}5 \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81} \text{ x } (0{,}40)^{3/2} = 1{,}158 \ \ m^3/\text{dtk}$$

Contoh 10

Peluap dengan panjang 0,8 m di bangun pada saluran segi empat dengan debit aliran 1,0 m^3/dtk. Apabila koefisien debit 0,62 berapakah tinggi peluapan.

Penyelesaian

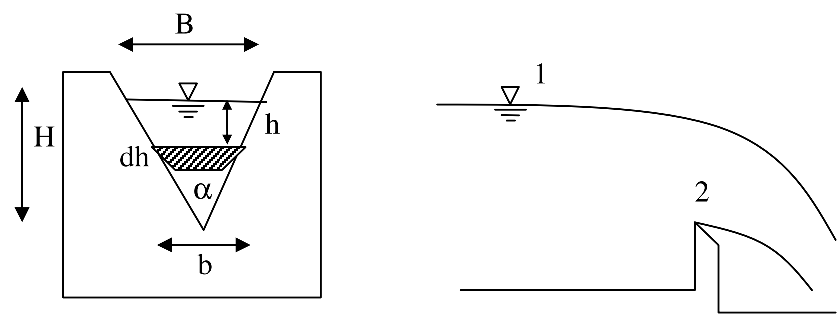
$$Q = \frac{2}{3} C_d \, b \sqrt{2g} \, H^{3/2}$$

$$1 = \frac{2}{3} \text{ x } 0{,}62 \text{ x } 0{,}8 \text{ x } \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81} \, H^{3/2}$$

$$1 = 1{,}465 \, H^{3/2} \rightarrow H = 0{,}775 \text{ m}$$

8.6.2. Debit melalui peluap segitiga

Gambar 8.15 menunjukkan peluap segitiga, di atas mana air mengalir melalui peluap tersebut. Tinggi peluapan adalah H dan sudut peluap segitiga adalah α. Dari gambar tersebut lebar muka air adalah :



Gambar 8.15 Peluap segitiga

Dipandang suatu pias setebal dh pada jarak h dari muka air, panjang pias tersebut adalah :

$b = 2(H-h)\ \text{tg}\ \alpha/2$

Luas pias :

$da = 2(H-h)\ \text{tg}\ \alpha/2\ dh$

Kecepatan air melalui pias :

$V= \sqrt{2gh}$

Debit aliran melalui pias :

$dQ = C_d\, d_a \sqrt{2gh}$

$\quad = C_d\, 2\,(H-h)\ \text{tg}\ \alpha/2\ dh\ \sqrt{2gh}$

Integrasi persamaan tersebut untuk mendapatkan debit aliran melalui peluap :

$$Q = 2\ C_d\ \text{tg}\ \alpha/2\ \sqrt{2g}\ \int_0^H (h-h)h^{1/2}dh$$

$$Q = 2\ C_d\ \text{tg}\ \alpha/2\ \sqrt{2g}\ \int_0^H Hh^{1/2} - h^{3/2}dh$$

$$Q = 2\ C_d\ \text{tg}\ \alpha/2\ \sqrt{2g}\ \left[\frac{2}{3}Hh^{3/2} - \frac{2}{5}h^{5/2}\right]_0^H$$

$$Q = 2\ C_d\ \text{tg}\ \alpha/2\ \sqrt{2g}\ \left(\frac{2}{3}H^{5/2} - \frac{2}{5}H^{5/2}\right)$$

$$Q = 8/15\ C_d\ \text{tg}\ \alpha/2\ \sqrt{2g}\ H^{5/2} \qquad (8.19)$$

Apabila sudut α = 90o, Cd = 0,6 dan percepatan gravitasi g = 9,81 m/dtk2 maka debit aliran :

$$Q = 1{,}417\ H^{5/2} \qquad (8.20)$$

yang memberikan bentuk rumus lebih sederhana.

Contoh 11

Peluap segitiga dengan sudut α = 90o digunakan untuk mengukur debit aliran. Apabila tinggi peluapan H = 25 cm dan Cd = 0,62 maka hitunglah debit aliran.

Penyelesaian

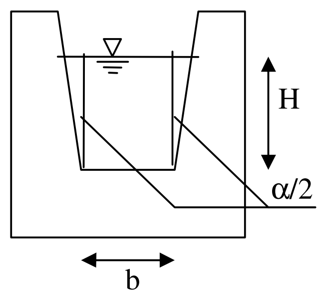
Dengan menggunakan rumus (9.19) debit aliran adalah :

$$Q = 8/15\ C_d\ \text{tg}\ \alpha/2\ \sqrt{2g}\ H^{5/2}$$

$$= 8/15\ 0.62\ \text{tg}\ 45^0\ \sqrt{2x9{,}81}\ (0{,}25)^{5/2} = 0{,}04577\ m^3/\text{det}$$

8.6.3. Debit aliran melalui peluap trapesium

Peluap trapesium merupakan gabungan dari peluap segiempat dan dua peluap segitiga (gambar 8.16). Dengan demikian debit aliran melalui peluap etr adalah jumlah dari debit melalui peluap segiempat dan peluap segitiga.



Gambar 8.16 Peluap trapesium

$$Q = 2/3\ C_{d1}\ b\ \sqrt{2g}\ H^{3/2} + 8/15\ C_d\ \mathrm{tg}\ \alpha/2\ \sqrt{2g}\ H^{5/2} \qquad (8.21)$$

dengan :

- H : tinggi peluapan
- Cd_1 : koefisien debit bagian segiempat
- Cd_2 : koefisien debit bagian segitiga
- b : lebar bagian segiempat
- α : sudut antara sisi peluap dengan garis vertikal

<u>Contoh 13</u>

Peluap berbentuk trapesium dengan lebar bagian atas 1,20 m, lebar dasar 0,45 m dan tinggi 0,3 m. Hitung debit aliran melalui peluap jika tinggi peluapan

0,225 m. Koefisien debit bagian segitiga dan segiempat adalah sama, yaitu C_d = 0,60.

Penyelesaian

Dari bentuk peluap dihitung :

Debit aliran dihitung dengan rumus (8.21) :

$Q = 2/3\ C_{d1}\ b\ \sqrt{2g}\ H^{3/2} + 8/15\ C_{d2}\ tg\ \alpha/2\ \sqrt{2g}\ H^{5/2}$

$Q = 2/3\ C_{d1}\ 0{,}45\ \sqrt{2x9{,}81}\ (0{,}225)^{3/2} + 8/15\ C_{d2}\ tg\ \alpha/2\ \sqrt{2g}\ H^{5/2}$

$Q = 2/3\ 0{,}6 \times 0{,}45\ \sqrt{2x9{,}81}\ (0{,}225)^{3/2} + 8/15\ 0{,}6 \times 1{,}25 \times (0{,}225)^{5/2}$

$Q = 0{,}1276\ m^3/det$

8.6.4. Debit aliran melalui peluap ambang lebar

Peluap disebut ambang lebar apabila t > 0,66 H dengan t adalah tebal peluap dan H adalah tinggi peluapan. Dipandang peluap ambang lebar seperti pada gambar 8.17 titik A dan B adalah ujung hulu dan hilir dari peluap. Tinggi air di atas peluap pada titik A adalah H sedang pada titik B adalah h dan b adalah lebar peluap (panjang dalam arah melintang saluran).

Aplikasi persamaan Bernoulli pada titik A dan B

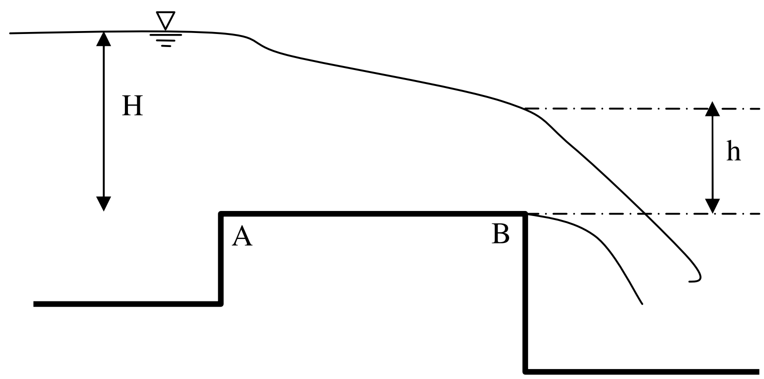
Dengan V adalah kecepatan aliran pada sisi hilir peluap.

Dari persamaan tersebut dapat ditentukan kecepatan aliran V :

$$\frac{V^2}{2g} = H - h$$

atau

$V = \sqrt{2g(H-h)}$



Gambar 8.17 Peluap ambang lebar

Debit aliran :

$$Q = C_d\ b\ h\ V = C_d\ b\ h\ \sqrt{2g(H-h)}$$

$$Q = C_d\ b\ \sqrt{2g}\ x\ \sqrt{(Hh^2 - h^3)} \qquad (8.22)$$

Dari persamaan di atas terlihat bahwa debit aliran akan maksimum apabila nilai ($Hh^2 - h^3$) maksimum, yang diperoleh dengan mendiferensialkan persamaan Q dan kemudian menyamakan dengan nol.

$$\frac{dQ}{dh} = C_d\ b\ \sqrt{2g}\ \frac{d}{dh}(Hh^2 - h^3)^{1/2} = 0$$

$$\frac{2Hh - 3h^2}{2(Hh^2 - h^3)^{1/2}} = 0$$

$2Hh – 3h2 = 0$

$2H – 3h = 0$

atau

$$h = \tfrac{2}{3}\,H$$

Substitusi dari nilai h tersebut ke dalam persamaan (9.22) akan memberikan :

$$Q_{maks} = C_d\ b\sqrt{2g}\ \sqrt{H\left(\frac{2}{3}H\right)^2 - \left(\frac{2}{3}H\right)^3}$$

$$Q_{maks} = C_d\ b\sqrt{2g}\ \sqrt{\frac{4}{9}H^3 - \frac{8}{27}H^3}$$

$$Q_{maks} = C_d\ b\sqrt{2g}\ \sqrt{\frac{4}{27}H^3}$$

$$Q_{maks} = C_d\ b\sqrt{2g}\ \frac{2}{3}H\sqrt{\frac{H}{3}}$$

$$Q_{maks} = \frac{2}{3\sqrt{3}}C_d\ b\sqrt{2g}\ H^{3/2}$$

$$Q_{maks} = 0{,}384\,C_d\ b\sqrt{2g}\ H^{3/2} \tag{8.23}$$

Untuk percepatan gravitasi g = 9,81 m/dtk^2

$$Q_{maks} = 0{,}384\,C_d\ b\sqrt{2\text{ x }9{,}81}\ H^{3/2}$$

atau

$$Q_{maks} = 1{,}71\ C_d\ b\ H^{3/2} \tag{8.24}$$

<u>Contoh 14</u>

Bendung ambang lebar dengan panjang 10 m mengalirkan air dengan debit maksimum 10 m^3/dtk. Tentukan tinggi peluapan pada sisi hulu bendung apabila koefisien debit 0,62.

Penyelesaian

Dengan menggunakan rumus (8.24)

$$Q_{maks} = 1,71\ C_d\ b\ H^{3/2}$$

$$10 = 1,71,x\ 0,62\ x\ 10\ x\ H^{3/2}$$

$$H = 0,96\ m$$

Contoh 15

Tentukan debit maksimum melalui peluap ambang lebar sepanjang 60 m dengan tinggi peluapan sebesar 60 cm di atas ambang. Koefisien debit adalah 0,595. Tentukan juga debit aliran apabila diperhitungkan kecepatan awal jika luas tampang saluran disebelah hulu peluap adalah 45 m^2.

Penyelesaian

Tanpa kecepatan awal

Dengan menggunakan rumus :

$$Q_{maks} = 1,71\ C_d\ b\ H^{3/2} = 1,71,x\ 0,595\ x\ 60\ x\ 0,6^{3/2} = 28,37\ m^3/dtk$$

Dengan kecepatan awal

Kecepatan awal : V = Q / A = 28,37 / 45 = 0,63 m/dtk

Tinggi kecepatan : $h_a = \frac{V^2}{2g} = \frac{(0,63)^2}{2\ x\ 9,81} = 0,02\ m$

Dengan menggunakan rumus :

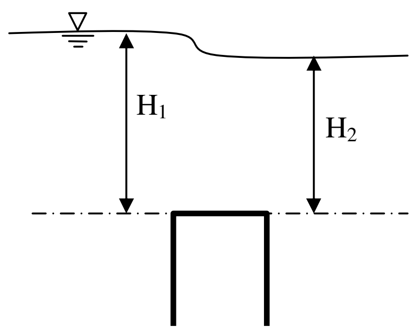
$$Q_{maks} = 1,71\ C_d\ b\ ((H + h_a)^{3/2} - h_a^{3/2})$$

$$= 1,71,x\ 0,595\ x\ 60\ x\ ((0,6 + 2)^{3/2} - 0,02^{3/2}) = 29,63\ m^3/dtk$$

8.6.5. Debit aliran melalui peluap terendam

Apabila muka air disebelah hilir peluap berada di atas puncak peluap, maka peluapan adalah tidak sempurna, dan peluap disebut dengan peluap terendam. Dalam gambar 8.18 tinggi muka air disebelah hulu peluap adalah H_1, sedang H_2 adalah tinggi muka air disebelah hilir peluap. Debit aliran adalah jumlah aliran melalui tinggi peluapan bebas sebesar ($H_1 - H_2$) dan bagian aliran yang terendam dengan tinggi peluapan H_2. Jadi :

$$Q = Q_1 + Q_2$$



Gambar 8.18 Debit aliran melalui peluap terendam

Debit aliran pada peluapan bebas :

$$Q_1 = \frac{2}{3} C_d \, b \sqrt{2g} \left(H_1 - H_2\right)^{3/2}$$

Debit aliran pada bagian peluapan terendam :

$$Q_2 = C_d \, b \, H_2 \sqrt{2g \left(H_1 - H_2\right)}$$

Sehingga :

$$Q = \frac{2}{3} C_d \, b \sqrt{2g} \left(H_1 - H_2\right)^{3/2} + C_d \, b \, H_2 \sqrt{2g \left(H_1 - H_2\right)} \qquad (8.25)$$

Contoh 16

Peluap terendam dengan panjang 2 m mempunyai tinggi air disebelah hulu dan hilir peluap sebesar 15 cm dan 7,5 cm di atas puncak peluap. Hitung debit aliran melalui peluap jika koefisien debit untuk bagian yang bebas dan terendam adalah 0,58 dan 0,8.

Penyelesaian

Debit aliran total : $Q = Q_1 + Q_2$

Dengan :

$$Q_1 = \frac{2}{3} C_d \, b \sqrt{2g} \left(H_1 - H_2\right)^{3/2}$$

$$Q_1 = \frac{2}{3} \text{ x } 0{,}58 \text{ x } 2{,}0 \text{ x } \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81} \left(0{,}15 - 0{,}075\right)^{3/2} = 0{,}0704 \text{ m}^3/\text{dtk}$$

Dan

$$Q_2 = C_d \, b \, H_2 \sqrt{2g \left(H_1 - H_2\right)}$$

$$Q_2 = C_d \; 0{,}80 \text{ x } 2{,}0 \text{ x } 0{,}075 \text{ x } \sqrt{2 \text{ x } 9{,}81 \text{ x } \left(0{,}15 - 0{,}075\right)} = 0{,}1456 \text{ m}^3/\text{dtk}$$

Jadi debit total adalah : Q = 0,0704 + 0,1456 = 0,216 m3/dtk

Contoh 17

Peluap ambang tipis dengan tinggi 0,8 m berada pada saluran segiempat dengan lebar 3,0 m. Kedalaman air di saluran adalah 1,25 m dan pada jarak 10 m di hilir peluap kedalaman air adalah 1,0 m. Tentukan debit aliran.

Penyelesaian

Kedalaman air disebelah hulu peluap terhadap puncaknya adalah :

$H_1 = 1,25 - 0,8 = 0,45$ m

Kedalaman air disebelah hilir peluap terhadap puncaknya adalah :

$H_2 = 1,0 - 0,8 = 0,2$ m

Debit aliran pada peluapan bebas :

$$Q_1 = \frac{2}{3} C_d \; b \sqrt{2g} \left(H_1 - H_2\right)^{3/2}$$

$$Q_1 = \frac{2}{3} \text{ x } 0,6 \text{ x } 3 \text{ x } \sqrt{2 \text{ x } 9,81} \left(0,45 - 0,2\right)^{3/2} = 0,664 \text{ m}^3\text{/dtk}$$

Debit aliran pada bagian peluapan terendam :

$$Q_2 = C_d \; b \, H_2 \sqrt{2g\left(H_1 - H_2\right)}$$

$$Q_2 = C_d \; 0,6 \text{ x } 3 \text{ x } 0,2 \text{ x } \sqrt{2 \text{ x } 9,81 \text{ x } \left(0,45 - 0,2\right)} = 0,797 \text{ m}^3\text{/dtk}$$

Debit aliran total : $Q = Q_1 + Q_2 = 0,664 + 0,797 = 1,461$ m^3/dtk